



«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ИНИТ  
КГУ им.И.Арабаева  
К.Т.Н., и.о. доц. У. Керимов

2023г.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

по дисциплине: Математические методы

для студентов специальности: ПОВТАС, АСУ,

форма обучения: очное

Курс 2 Семестр 5

Часов всего: \_\_\_\_\_, лекций \_\_\_\_\_, практ. зан. \_\_\_\_\_

СРС \_\_\_\_\_

из них: 22 ч. лекции, 14 ч. практических занятий на 3 семестре;  
ч. лекции, 28 ч. практических занятий на 4 семестре

Учебно-методический комплекс разработал(а): Бакманова А.И

Рассмотрена и утверждена на заседании ОСПО ИНИТ КГУ им.И. Арабаева  
Протокол № 1 от «07» сентября 2023 г.

Зав. ОСПО ИНИТ: Н.С.Сейтказиева \_\_\_\_\_

Одобрено учебно-методическим советом ИНИТ КГУ им.И. Арабаева  
Протокол № 1 от «04» сентября 2023 г.

Председатель УМС: \_\_\_\_\_

Бишкек 2023г.

## Карта учебно-методического обеспечения

Дисциплины: Математические методы

Направление (специальность): ПОВТАС

Формы обучения: очная

Курс 3 Семестр 5

Часов: всего 22 лекций, 14 практ. зан.

СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, проект) \_\_\_\_\_

Обеспечивающая отделение: Информатика и дизайн

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Необходимость изучения программистами математических методов связана не только с практическими потребностями: владение методологией математического моделирования способствует формированию нелинейного мышления.

Изучение дисциплины должно способствовать повышению уровня абстрактного и логического мышления, развивать способность познавать и искать новое. При этом необходимо обращать внимание на ее прикладной характер, показывать, где и когда изучаемое может быть использовано в будущей практической деятельности. Преподавание дисциплины должно иметь практическую направленность и проводиться в тесной взаимосвязи с общепрофессиональными и специальными дисциплинами.

Математические методы и модели, возможности применения которых существенно расширились благодаря современным компьютерным технологиям, представляют собой один из наиболее динамично развивающихся разделов прикладной математической науки.

Освоение курса предполагает решение большого числа задач, в том числе с соответствующими экономическими приложениями.

Изучение дисциплины «Математические методы» включает: теоретическую подготовку

в области математики и экономики, владение компьютерными технологиями, овладение навыками построения экономико-математических моделей, изучение подходов и методов решения задач. В процессе изучения предмета студент приобретает практические навыки по постановке экономической задачи, переводу её на математический язык, по её решению рациональными методами.

Учебно-методический комплекс дисциплины – это совокупность учебных, учебно-методических, контрольно-измерительных материалов, обеспечивающих организационную и содержательную целостность системы обучения по дисциплине «Математические методы», способствующих эффективному усвоению студентами учебной программы.

**Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- Составлять простейшие математические модели задач, возникающих в практической деятельности людей
- Выбирать и обосновывать наиболее рациональный метод и алгоритм решения задачи, а также оценивать сложность выбранного алгоритма;
- Разрабатывать алгоритмы для решения различных задач с применением математических методов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

**знать:** – Основные понятия моделирования;

- Основные методологические подходы к решению математических задач, возникающих в ходе практической деятельности людей;

### Тематический план дисциплины

№	Наименование тем	часы
<b>Модуль 1</b>		
1	Модели и процесс моделирования операций	2
2	Классификация математических методов и моделей.	2
3	Основные понятия имитационного моделирования	2
4	Графический метод решения задач линейного программирования	2
5	Стандартная (каноническая) форма записи ЗЛП	2
6	Симплекс-метод. Алгоритм симплекс-метода	12
	<b>Итого</b>	
<b>Модуль 2</b>		
7	Экономическая интерпретация переменных и ограничений двойственной задачи. Построение двойственных задач	2
8	Экономическая и математическая формулировки транспортной задачи. Построение первого опорного плана	2
9	Метод потенциалов	2
10	Целочисленное программирование. Задача коммивояжера	2
11	Метод ветвей и границ	2
	<b>итого</b>	<b>10</b>
	<b>Всего за семестр</b>	<b>22</b>

Содержание практических занятий		
№	Наименование тем	часы
<b>Модуль 1</b>		
1	Решение задач линейного программирования графическим методом	2
2	Решение задач линейного программирования симплексным методом	2
3	Решение задач двойственным симплексным методом	2
4	Решение транспортных задач методом потенциалов	2
	<b>итого</b>	<b>8</b>
<b>Модуль 2</b>		
5	Решение задач о назначениях	2
6	Решение задач нелинейного программирования.	2
7	Динамическое программирование	6
	<b>Итого</b>	<b>14</b>
	<b>Всего за семестр</b>	

### Практические занятия

#### Введение

Представленный заданий предназначен для проведения практических работ во время аудиторных занятий по курсу «Математические методы». Предполагается, что на выполнение практических работ затрачивается примерно половина времени аудиторных занятий по данному курсу — в среднем по 2 часа на одну практическую работу.

За рядом вполне естественных исключений, задания построены таким образом, чтобы они не представляли собой условные расчётные примеры, а имели очевидный студенту экономический смысл, приводя к конкретным предложениям по подготовке и принятию хозяйственных решений. По замыслу составителя, практические занятия должны стимулировать критическое отношение к осваиваемым математическим методам, формировать понимание границ их применимости.

Практические работы не имеют сквозного характера, выполняются независимо одна от другой и потому могут дополнять практические курсы, построенные на основе учебных материалов других авторов, в том числе по более объёмным курсам. Если, напротив, на изучение данного курса выделено меньшее количество часов либо сочетание объёмов теоретического и практического курсов отличается от рекомендуемого в пользу изложения теоретического материала, преподаватель может опустить некоторые практические работы либо отдельные их задания.

Студенты должны ознакомиться с содержанием практической работы заранее во время самостоятельной подготовки, причём обязательно после освоения теоретического материала (лекций и рекомендуемой литературы) по соответствующей теме. Если отдельные положения заданий или методических указаний к ним студенту не вполне понятны, он должен обратиться к преподавателю с вопросом до начала практической работы.

#### Практическое занятие №1. *Решение задач линейного программирования графическим методом*

**Цель работы:** овладеть практическими навыками решения задач линейного программирования графическим методом.

**Приборы и материалы:** линейка, угольник (или циркуль), карандаш; микрокалькулятор либо КПК, оснащённый табличным процессором; ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; электронные таблицы.

**Задание**  
 Решить графическим методом задачу линейного программирования согласно индивидуальному варианту (см. ниже).  
 Оформить отчёт.

**Методические указания по выполнению задания**

При выполнении задания 2 необходимо предусмотреть:

- ♦ переменные по выпуску продукции каждого вида;
- ♦ ограничения по использованию сырого молока и по времени загрузки автоматизированных фасовочных линий,
- ♦ другие ограничения и переменные согласно индивидуальным вариантам задания.

Задачу следует решать симплексным методом. Разрешается либо получить опорное решение методом искусственного базиса, либо использовать метод последовательного наложения ограничений, рассмотренный в лекции.

Рекомендуется по завершении расчётов выполнить проверку правильности численного решения с использованием программных средств линейной оптимизации.

**Требования к отчёту**

По заданию 1 в отчёте должны быть представлены чертежи, поясняющие решение задачи линейного программирования графическим методом.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций. Допускается рукописное приложение к отчёту, содержащее решение задания 1.

**Литература**

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Светлов Н.М., Светлова Г.Н. Построение и решение оптимизационных моделей средствами программ MS Excel и XA / РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: 2005.

**Варианты заданий**

$\max x_1 + 3x_2$ $-x_1 + 3x_2 \leq 3$ 1. $x_1 + x_2 \leq 7$ $3x_1 + x_2 \leq 15$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$\min -6x_1 + 9x_2$ $x_1 + 3x_2 \leq 9$ 2. $-2x_1 + x_2 \leq 5$ $2x_1 - 3x_2 \leq 0$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$\min 2x_1 - x_2$ $2x_1 + 3x_2 \leq 12$ 3. $x_1 - x_2 \leq 1$ $x_1 \geq 5$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
$\max x_1 + 2x_2$ $-x_1 + 3x_2 \leq 0$ 4. $x_1 + x_2 \leq 8$ $3x_1 + x_2 \leq 15$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$\max 9x_1 - 9x_2$ $x_1 + 3x_2 \leq 9$ 5. $-2x_1 + x_2 \leq 5$ $4x_1 - 6x_2 \leq 0$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$\min 2x_1 - x_2$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6$ 6. $x_1 - 2x_2 \leq 1$ $x_1 \geq 6$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
$\max x_1 + 3x_2$ $-x_1 + 3x_2 \leq 6$ 7. $x_1 + x_2 \leq 8$ $3x_1 + 2x_2 \leq 15$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$\min -x_1 + 2x_2$ $x_1 + 3x_2 \leq 12$ 8. $-2x_1 + x_2 \leq 5$ $2x_1 - 3x_2 \leq 10$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$\max -2x_1 + x_2$ $-2x_1 + 3x_2 \leq 12$ 9. $x_1 + x_2 \leq 5$ $x_1 \geq 3$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
$\max x_1 + x_2$ $-x_1 + x_2 \leq 3$ 10. $x_1 + x_2 \leq 8$ $3x_1 - x_2 \leq 10$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$\max 2x_1 - 3x_2$ $x_1 + 3x_2 \leq 9$ 11. $-2x_1 + x_2 \leq 5$ $2x_1 - 3x_2 \leq 0$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	$\min x_1 - 2x_2$ $2x_1 + 5x_2 \leq 12$ 12. $x_1 - x_2 \leq 8$ $x_1 \geq 10$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

$\max x_1 + 3x_2$ $-x_1 + 3x_2 \dots 1$ 13. $x_1 - x_2 \dots 7$ $3x_1 + x_2 \dots 15$ $x_1 \dots 0, x_2 \dots 0$	$\min -x_1 + x_2$ $x_1 + 3x_2 \dots 9$ 14. $-2x_1 + x_2 \dots 5$ $2x_1 - 4x_2 \dots 0$ $x_1 \dots 0, x_2 \dots 0$	$\max -x_1 + 2x_2$ $2x_1 + 3x_2 \dots 6$ 15. $x_1 - x_2 \dots 8$ $x_1 + 3x_2 \dots 10$ $x_1 \dots 0, x_2 \dots 0$
$\max x_1 + 3x_2$ $-x_1 + 3x_2 \dots 7$ 16. $x_1 + x_2 \dots 3$ $3x_1 + x_2 \dots 20$ $x_1 \dots 0, x_2 \dots 0$	$\min x_1 + 5x_2$ $x_1 + 3x_2 \dots 9$ 17. $-2x_1 + x_2 \dots 5$ $2x_1 - 5x_2 \dots 0$ $x_1 \dots 0, x_2 \dots 0$	$\min 2x_1 - 2x_2$ $3x_1 + 3x_2 \dots 12$ 18. $x_1 - x_2 \dots 6$ $x_2 \dots 5$ $x_1 \dots 0, x_2 \dots 0$
$\max x_1 + 2x_2$ $-2x_1 + 3x_2 \dots 3$ 19. $x_1 + x_2 \dots 7$ $3x_1 + x_2 \dots 12$ $x_1 \dots 0, x_2 \dots 0$	$\max 2x_1 + 3x_2$ $x_1 + 3x_2 \dots 9$ 20. $-2x_1 + x_2 \dots 5$ $2x_1 + 3x_2 \dots 6$ $x_1 \dots 0, x_2 \dots 0$	

## Практическое занятие №2 Решение задач линейного программирования симплексным методом

**Цель работы:** овладеть практическими навыками решения задач линейного программирования симплексным методом.

**Приборы и материалы:** микрокалькулятор либо ПК, оснащённый табличным процессором;

### Задание

Составить и решить симплексным методом задачу линейного программирования (с учётом изменений, предусмотренных индивидуальным вариантом задания), предназначенную для составления оптимальной производственной программы молокоперерабатывающего предприятия при следующих условиях.

- Ассортимент выпускаемой продукции включает пастеризованное молоко, кефир и сметану, а также дополнительную продукцию согласно индивидуальному варианту задания.
- Затраты сырого молока составляют:
  - На пастеризованное молоко – 1,01 кг/кг;
  - На кефир – 1,01 кг/кг;
  - На сметану – 9,45 кг/кг.
- Поставщики в состоянии поставить не более 140 ц молока в сутки.
- Фасовка молока и кефира осуществляется на автоматизированной линии производительностью 5 ц молока или 6 ц кефира в час. В течение суток линия может эксплуатироваться не более 21 часа.
- Фасовка сметаны осуществляется на другой автоматизированной линии производительностью 30 кг сметаны в час. В течение суток линия может эксплуатироваться не более 16 часов.
- Цена реализации пастеризованного молока – 2,4, кефира – 2,7, сметаны – 13,8 тыс. сом./ц.
- План должен обеспечивать максимальную *выручку* от реализации молочной продукции (контракт на поставку молока уже оплачен).

### Требования к отчёту

В отчёте следует привести:

- математическую запись задачи линейного программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- исходную симплексную таблицу;
- все промежуточные симплексные таблицы;
- заключительную симплексную таблицу;
- оптимальное решение, оптимальное значение целевой функции и экономическую интерпретацию оптимального плана.

### К заданию

1. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5200 сом./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,8 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
2. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2200 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,9 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,2 ц/ч. Максимальный выпуск — 20 ц/сут.
3. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7200 сом./ц. Затраты сырого молока — 15 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,2 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
4. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 770 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,3 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. Суммарный максимальный выпуск кефира обоих видов — 40 ц/сут. (минимальный выпуск кефира жирного не регламентируется).
5. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5500 сом./ц. Затраты сырого молока — 18 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,3 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
6. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2000 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,8 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,2 ц/ч. Максимальный выпуск — 12 ц/сут.
7. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7800 сом./ц. Затраты сырого молока — 14 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,25 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
8. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 790 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,31 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. Доля обезжиренного кефира в общем производстве кефира должна составлять не менее трети.
9. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5300 сом./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,4 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
10. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2500 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,85 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,15 ц/ч. Йогурта должно производиться не меньше, чем сметаны.
11. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7500 сом./ц. Затраты сырого молока — 16 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,25 ц/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.
12. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 770 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,27 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 5,5 ц/ч. Суммарный минимальный выпуск кефира обоих видов — не более 8 ц/сут.
13. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5400 сом./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,35 ц/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.
14. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2750 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,25 ц/ч. Максимальный выпуск — 15 ц/сут.
15. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7700 сом./ц. Затраты сырого молока — 19 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,2 ц/ч. Оборудование может работать не более 20 ч./сут.



16. Дополнительный вид продукции — кефир фруктовый. Цена — 1080 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,57 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 5,5 ц/ч. Фруктового кефира должно выпускаться не меньше, чем обычного.
17. Дополнительный вид продукции — творог с изюмом. Цена — 6400 сом./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,15 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
18. Дополнительный вид продукции — молочный коктейль. Цена — 2050 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц, сахара — 4 кг/ц. Суточный ресурс сахара составляет 60 кг. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 0,5 ц/ч.
19. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7300 сом./ц. Затраты сырого молока — 17,5 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных продуктов — 0,15 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
20. Дополнительный вид продукции — кефир фруктовый. Цена — 1180 сом./ц. Затраты сырого молока — 0,87 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. В ассортименте кефира фруктовый кефир должен составлять не менее 60%.

### **Практическое занятие №3. Решение задач двойственным симплексным методом**

**Цель работы:** овладеть практическими навыками решения задач линейного программирования симплексным методом.

**Приборы и материалы:** ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; программа линейной оптимизации Sunset XA.

#### **Задание**

Составить и решить симплексным методом задачу, двойственную к задаче, соответствующей индивидуальному варианту задания практической работы №2.

При помощи полученного решения:

- определить максимальную цену, по которой выгодно покупать молочное сырьё;
- рассчитать максимально приемлемый уровень затрат на сокращение нерабочего периода каждого из фасовочных автоматов на 3%.

На основе полученного решения двойственной задачи определить, выгодным ли окажется производство нового продукта — обезжиренного молока, если затраты сырого молока на 1 ц обезжиренного составляют 0,1 ц, производительность его упаковки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 7 ц/ч, цена — 300 сом./ц.

Оформить отчёт.

### 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ

#### ДИСЦИПЛИНЫ *Математические методы\**

##### 3.1. Оборудование учебного кабинета и рабочих мест кабинета:

- посадочные места по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- комплект плакатов по учебной дисциплине;
- комплект учебно-методической документации;
- макеты и наглядные пособия по учебной дисциплине

##### Оборудование лабораторий:

- рабочие места с персональным компьютером по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;

##### Технические средства обучения:

- лицензионное программное обеспечение;
- выход в глобальную сеть Internet на каждом ПК;
- точки электропитания;
- сетевое оборудование, обеспечивающее работу локальной сети;
- мультимедийное оборудование;
- источники бесперебойного питания;
- интерактивная доска

## Итоговый контроль

### Тестовые задания для контроля теоретических знаний по дисциплине «Математические методы»

- 1) *Градиент – это:*
  - а) Вектор, направленный в сторону наискорейшего убывания функции и равный по величине производной в этом направлении
  - б) Вектор, направленный в сторону наискорейшего возрастания функции и равный по величине производной в этом направлении
  - в) Линия, сдвигаемая вдоль направления оптимизации
  - г) Линия, сдвигаемая против направления оптимизации
- 2) *При графическом решении задачи линейного программирования линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при поиске максимума целевой функции:*
  - а) сдвигается по направлению вектора до крайнего положения в области допустимых решений
  - б) сдвигается против направления вектора до крайнего положения в области допустимых решений
  - в) сдвигается по направлению вектора до пересечения с осью ординат
  - г) сдвигается по направлению вектора до пересечения с осью абсцисс
- 3) *При графическом решении задачи линейного программирования определить, что экстремума не существует, можно по следующим признакам:*
  - а) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, параллельна с одной из сторон области допустимых решений в направлении оптимизации целевой функции
  - б) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, в направлении оптимизации целевой функции касается области допустимых решений в единственной точке
  - в) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, в направлении оптимизации целевой функции не пересекает области допустимых решений
  - г) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, в направлении оптимизации целевой функции не покидает области допустимых решений
- 4) *При графическом решении задачи линейного программирования определить, что задача имеет множество решений, можно по следующим признакам:*
  - а) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации касается области допустимых решений в единственной точке
  - б) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, параллельна с одной из сторон области допустимых решений в направлении оптимизации целевой функции
  - в) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации не пересекает области допустимых решений
  - г) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации не покидает области допустимых решений
- 5) *При графическом решении задачи линейного программирования она имеет единственное оптимальное решение, если:*
  - а) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации касается области допустимых решений в единственной точке
  - б) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, параллельна с одной из сторон области допустимых решений в направлении оптимизации целевой функции
  - в) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации не пересекает области допустимых решений
  - г) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации не покидает области допустимых решений
- 6) *Симплексный метод решения задач линейного программирования – это:*
  - а) вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений – перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции больше.
  - б) вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений – перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции меньше.
  - в) вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений – перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции оптимальнее.
  - г) вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений – перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции не меньше.

7) Укажите, в каком случае возникает необходимость использования симплекс-метода с искусственным базисом (М-метода):

- а) трудно привести задачу к каноническому виду
- б) задача имеет множество решений
- в) для решения задачи неприменим графический метод
- г) трудно найти первоначальный опорный план исходной задачи линейного программирования, записанной в канонической форме

8) Двойственная задача – это:

- а) задача, обратная для задачи линейного программирования, причем функционалы оптимальных решений задач совпадают, но если в прямой задаче они отражают наиболее эффективную комбинацию ресурсов, которая дает максимум целевой функции, то в двойственной – наиболее эффективную комбинацию расчетных цен (оценок) ограниченных ресурсов
- б) задача, обратная для задачи линейного программирования, причем функционалы оптимальных решений задач совпадают, но в двойственной коэффициенты при переменных обратно пропорциональны исходным коэффициентам
- в) задача, обратная для задачи линейного программирования, причем функционалы оптимальных решений задач совпадают, но в двойственной коэффициенты при переменных противоположны исходным коэффициентам
- г) задача, обратная для задачи линейного программирования, в которой коэффициенты при переменных противоположны коэффициентам прямой задачи, поэтому одна задача решается на нахождение минимума, а другая – на нахождение максимума

9) Система ограничений в линейном программировании отражает:

- а) Ограничение сроков выполнения работ
- б) Имеющиеся резервы времени для выполнения работ
- в) Математическую запись дефицитности имеющихся ресурсов
- г) Критерий оптимальности решения

10) Целевая функция в экстремальных задачах – это:

- а) функция, задающая критерий оптимальности решения задачи, минимум или максимум которой нужно найти
- б) функция, отражающая оптимальное решение экстремальной задачи
- в) функция, определяющая дефицитность ресурсов
- г) функция, для которой необходимо найти оба экстремума

11) Линейное программирование – это:

- а) раздел математического программирования, изучающий задачи на нахождение экстремума, в которых на искомые переменные накладывается условие целочисленности, а область допустимых решений дискретна.
- б) раздел математического программирования, совокупность приемов, позволяющих находить оптимальные решения, основанные на вычислении последствий каждого решения и выработке оптимальной стратегии для последующих решений.
- в) область математического программирования, решающая задачи на нахождение экстремума, характеризующиеся линейной зависимостью между переменными.
- г) раздел математического программирования, изучающий методы решения таких экстремальных задач, в которых эффективность возрастает или убывает не пропорционально изменению масштабов использования ресурсов.

12) Задача о коммивояжере – это:

- а) задача линейного программирования, состоящая в определении такого рациона, который удовлетворял бы потребности организма в питательных веществах при минимальной общей стоимости используемых продуктов.
- б) задача прогнозирования затрат, связанных с обновлением оборудования, и выработкой наиболее экономичной стратегии проведения этой работы.
- в) вид задачи линейного программирования, состоящей в отыскании наилучшего маршрута с наименьшими путевыми затратами.

г) вид задачи линейного программирования, с помощью которой решаются вопросы типа: как распределить рабочих, чтобы общая выработка была наибольшей или затраты на заработную плату наименьшими.

13) *Задача о назначениях* – это:

- а) задача линейного программирования, состоящая в определении такого рациона, который удовлетворял бы потребности организма в питательных веществах при минимальной общей стоимости используемых продуктов.
- б) задача прогнозирования затрат, связанных с обновлением оборудования, и выработкой наиболее экономичной стратегии проведения этой работы.
- в) вид задачи линейного программирования, состоящей в отыскании наилучшего маршрута с наименьшими путевыми затратами.
- г) вид задачи линейного программирования, с помощью которой решаются вопросы типа: как распределить рабочих, чтобы общая выработка была наибольшей или затраты на заработную плату наименьшими.

14) К какому виду задач линейного программирования относится задача распределения рабочих по станкам, чтобы общая выработка была наибольшей?

- а) задача о коммивояжере
- б) задача о назначениях
- в) задача о размещении оборудования
- г) транспортная задача

15) К какому виду задач линейного программирования относится задача распределения рабочих по станкам, чтобы общий брак был наименьшим?

- а) задача о коммивояжере
- б) задача о назначениях
- в) задача о размещении
- г) транспортная задача

16) К какому виду задач линейного программирования относится задача распределения рабочих по станкам, чтобы затраты на выплату заработной платы были наименьшими?

- а) задача о рационе
- б) задача о размещении
- в) задача о назначениях
- г) транспортная задача

17) Методы, характеризующиеся частичным целенаправленным перебором возможных вариантов, называются:

- а) методы потенциалов
- б) симплекс-методы
- в) методы ветвей и границ
- г) графические методы.

18) На первом этапе экономико-математических исследований выполняется

- А) постановка задачи;
- В) построение математической модели;
- С) расчет модели;
- Д) построение компьютерной модели.

19) *Дискретное программирование* — это

- А) раздел математического оптимального программирования, изучающий задачи на нахождение экстремума, в которых на искомые переменные накладывается условие целочисленности, а область допустимых решений дискретна;
- В) раздел математического программирования, совокупность приемов, позволяющих находить оптимальные решения, основанные на вычислении последствий каждого решения и выработке оптимальной стратегии для последующих решений;
- С) область математического программирования, решающая задачи на нахождение экстремума, характеризующиеся линейной зависимостью между переменными;
- Д) раздел математического программирования, изучающий методы решения таких экстремальных задач, в которых эффективность возрастает или убывает не пропорционально изменению масштабов использования ресурсов.

20) *Устойчивость решения* — это

- А) показатель оптимальности найденного решения при определенных изменениях начальных условий;
- В) показатель оптимальности найденного решения при любых изменениях начальных условий;
- С) невозможность изменения начальных условий, приводящая к неизменности найденного решения;
- Д) показатель, когда малые изменения каких-либо характеристик, (начальных условий, ограничений, целевой. Функции), не приводят к качественному изменению решения.

21) Если прямая задача не имеет решения, то двойственная задача

- А) также не имеет решения;
- В) имеет решение;
- С) имеет только нулевое решение;
- Д) имеет только целочисленное решение.

22) Целевая функция задачи линейного программирования имеет вид:  $Z=5x_1-3x_2+1$ . Вектор-градиент будет иметь координаты

- А)  $g(-5;3)$ ;
- В)  $g(5;3)$ ;
- С)  $g(5;-3)$ ;
- Д)  $g(3;1)$ .

23) Градиент — это

- А) вектор, направленный в сторону наискорейшего убывания функции и равный по величине производной в этом направлении;
- В) вектор, направленный в сторону наискорейшего возрастания функции и равный по величине производной в этом направлении;
- С) линия, сдвигаемая вдоль направления оптимизации;
- Д) линия, сдвигаемая против направления оптимизации.

24) Транспортная задача — это

- А) одна из задач исследования операций, обычно решаемая методом нелинейного программирования, заключается в минимизации общей суммы транспортных и складских затрат;
- В) задача о комплексном использовании дефицитного сырья, при раскрое его на заданное количество деталей различных размеров;
- С) нахождение плана доставки грузов от поставщиков к потребителям, чтобы стоимость перевозки (или суммарная дальность, или объем транспортной работы в тонно-километрах) была наименьшей;
- Д) класс задач исследования операций, заключающихся в нахождении оптимальных параметров систем массового обслуживания.

25) Задача замены оборудования — это

- А) задача линейного программирования, состоящая в определении такого рациона, который удовлетворял бы потребности организма в питательных веществах при минимальной общей стоимости используемых продуктов;
- В) задача прогнозирования затрат, связанных с обновлением оборудования, и выработкой наиболее экономичной стратегии проведения этой работы;
- С) вид задачи линейного программирования, состоящей в отыскании наилучшего маршрута с наименьшими путевыми затратами;
- Д) вид задачи линейного программирования, с помощью которой решаются вопросы типа: как распределить рабочих, чтобы общая выработка была наибольшей или затраты на заработную плату наименьшими.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

### МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЮ

Лекции по курсу целесообразно читать в аудитории, оснащённой проекционной аппаратурой для демонстрации заранее подготовленных компьютерных презентаций. Презентации должны содержать опорный материал для конспектирования: отражать логику изложения в виде иерархической структуры, содержать основные определения, табличный и графический иллюстрационный материал. Определяющим требованием к презентации является её способность привить базовые навыки отражения смысла моделируемых процессов математическими занесями и восприятия математической нотации, используемой при формулировании изучаемых экономико-математических моделей, а также дать необходимые основы для выполнения практических заданий.

Организация занятий предполагает самостоятельную формализацию поставленной преподавателем задачи в рамках семинаров по изучаемой теме. Для проведения соответствующих расчётов на компьютере средствами табличного процессора, оформления отчёта используются лабораторно-практические занятия. Для достижения целей данного курса практические занятия проводятся в компьютерных классах, оснащённых программным обеспечением, реализующим изучаемые математические методы.

Самостоятельная работа по курсу используется:

- для проработки конспектов лекций и обязательной учебной литературы по курсу;
- при необходимости -- для ознакомления с рекомендуемой литературой;
- для выполнения тех заданий лабораторного практикума, которые, как правило, не вызывают затруднений у студентов и потому могут быть выполнены в отсутствие преподавателя.

## Экзаменационные вопросы

1. Понятие и методологическое значение принципа гомоморфизма.
2. Экономико-математическое моделирование: сфера применения.
3. Границы познавательных возможностей экономико-математического моделирования.
4. Значение экономико-математического моделирования для экономической науки и практики.
5. Определение экономико-математического моделирования по В.С. Немчинову.
6. Этапы экономико-математического моделирования.
7. Классификация экономико-математических методов.
8. Классификация экономико-математических моделей.
9. Система уравнений межотраслевых связей В.К. Дмитриева, её роль в становлении балансового метода экономико-математического моделирования.
10. Структурная схема межотраслевого баланса.
11. Экономические задачи, решаемые с помощью модели межотраслевого баланса.
12. Экономическое содержание коэффициентов прямых затрат.
13. Экономическое содержание коэффициентов полных затрат.
14. Методика определения коэффициентов прямых затрат.
15. Методика определения коэффициентов полных затрат.
16. Определение размеров производства для обеспечения заданных параметров конечного потребления при помощи модели межотраслевого баланса.
17. Экономическое содержание теоремы о балансовой системе. Обусловленность цены величиной затрат.
18. Принцип оптимальности в планировании и управлении.
19. Понятие допустимого решения задачи линейного программирования.
20. Оптимальное решение задачи линейного программирования: математическое определение, экономический смысл.
21. Несовместность системы ограничений задачи линейного программирования: причины, примеры, экономическая интерпретация.
22. Неограниченность целевой функции задачи линейного программирования: причины, примеры, экономическая интерпретация.
23. Каноническая форма записи задачи линейного программирования, её экономическая интерпретация.
24. Переход от стандартной формы записи задачи линейного программирования к канонической.
25. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
26. Симплексный метод решения задачи линейного программирования.
27. Опорное решение задачи линейного программирования и его отыскание.
28. Основная задача производственного планирования, её применение в менеджменте.
29. Основная задача народнохозяйственного планирования, её теоретическое и прикладное значение.



30. Правила формулирования задачи линейного программирования в Microsoft Excel для её решения средствами Sunset XA.
31. Экономическая интерпретация двойственной задачи линейного программирования.
32. Первая теорема двойственности: формулировка и экономическая интерпретация.
33. Вторая теорема двойственности: формулировка и экономическая интерпретация.
34. Третья теорема двойственности: формулировка и значение для научного обоснования ценообразования.
35. Объективно обусловленные оценки благ: экономическая интерпретация и применение в экономическом анализе.
36. Проверка адекватности линейной экономико-математической модели с помощью двойственных оценок.
37. Формулировка и экономическая интерпретация закрытой транспортной задачи, решаемой на минимум стоимости перевозок.
38. Формулировка и экономическая интерпретация открытой транспортной задачи, решаемой на минимум стоимости перевозок.
39. Последовательность решения открытой транспортной задачи методом потенциалов.
40. Последовательность решения закрытой транспортной задачи методом потенциалов.
41. Постановка и экономическая интерпретация задачи о назначениях.
42. Алгоритм численного решения задачи о назначениях.
43. Экономические приложения динамического программирования.
44. Принцип оптимальности Беллмана.
45. Алгоритм поиска кратчайшего пути на графе.
46. Алгоритм поиска минимального срока выполнения последовательности работ.
47. Экономико-математическая модель процесса реновации основных средств производства.

### **Темы для самостоятельных работ**

1. Экономика как объект математического моделирования. Особенности открытых и закрытых сложных систем. Процессы организации и самоорганизации сложных экономических систем. Особенности системного и синергетического подхода в управлении сложными экономическими системами. Эффективное управление сложными экономическими системами путем выявления переменных порядка.
2. Моделирование как метод научного познания. Особенности экономических наблюдений и измерений. Случайность и неопределенность в экономическом развитии.
3. Особенности применения метода математического моделирования в экономике.
4. Этапы экономико-математического моделирования.
5. Классификация экономико-математических методов и моделей. Значение прикладных экономико-математических исследований.
6. Инерционность сложных экономических систем как предпосылка возможности использования

7. Понятие системы показателей. Основные требования к формированию информационной базы.
8. Этапы построения статистических моделей. Спецификация модели (отбор факторов и вида уравнения), оценка параметров, степени надежности модели, идентификация и верификация.
9. Методика выявления устойчивых классификационных групп.
10. Реализация многомерной классификации методами суммы мест, многомерной средней, паттерн, относительных разностей.
11. Анализ степени схождения результатов рейтинговых оценок объектов с помощью коэффициента ранговой корреляции Спирмэна.
12. Применение кластерного анализа в задачах многомерной классификации.
13. Техника проведения кластерного анализа в ППП Statistica.
14. Разведочный анализ как этап формирования однородной совокупности. Выявление степени однородности совокупности, точек «выбросов», степени соответствия распределения эмпирических данных теоретическим законам распределения.
15. Исследование законов распределения социально-экономических показателей как предпосылка проведения многомерного статистического анализа.
16. Формирование БД в ППП Statistica. Вычисление основных статистик. Получение графических результатов. Формулировка выводов о существовании или отсутствии закономерностей в исследуемых процессах.
17. Методика проведения разведочного анализа в среде ППП Statistica.
18. Исследование вида и степени взаимосвязи результативных и факторных признаков. Корреляционный анализ в экономических исследованиях.
19. Определение меры связи между двумя факторами. Техника проведения корреляционного анализа с использованием пакета статистического анализа Statistica. Выводы о наличии или отсутствии корреляционной зависимости между факторами.
20. Методика проведения многошагового регрессионного анализа. Построение моделей средствами ППП Statistica.
21. Цель проведения факторного анализа. Выявление гипотетических факторов как переменных порядка с целью повышения эффективности управления социально-экономическими процессами. Основное факторное уравнение.
22. Постановка задачи и сущность метода факторного анализа. Модель факторного анализа. Основные понятия: факторные нагрузки, общности, специфичности, надежность.
23. Схема решения и основные проблемы факторного анализа. Проблема общности. Проблема факторов. Проблема вращения. Проблема оценки значений факторов.
24. Геометрическая интерпретация модели факторного анализа. Основные критерии, используемые для выделения факторов. Определение числа факторов.
25. Постановка задачи и сущность метода факторного анализа. Техника проведения факторного анализа с использованием пакета статистического анализа Statistica.
26. Понятие экономических рядов динамики. Моделирование тенденций временного ряда.
27. Предварительный анализ и сглаживание временных рядов экономических показателей

28. Прогнозирование экономической динамики на основе трендовых моделей.
29. Информационная технология построения статистических динамических моделей.  
Интерпретация и применение статистических моделей в социально-экономическом прогнозировании.

### Список литературы

#### 3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

##### Основная литература:

1. Агальцов В.П., Володайская И.В. Математические методы в программировании: Учебник. – М.: ИД «Форум»: ИНФРА-М, 2006. – 224 с.
2. Грешилов А.А. Прикладные задачи математического программирования: Учебное пособие. – 2-е изд. – М.: Логос, 2006. – 288 с.
3. Рудикова Л.В. Microsoft Excel для студента. -СПб.: БХВ-Петербург, 2007.-368с
4. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента. 3-е изд., стер.-СПб.: Издательство «Лань»,2007.-528с.

##### Дополнительная литература:

1. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник/Под общ.ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 656 с
2. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике, Учебное пособие для вузов - М, ЮНИТИ, 2004, 407 с.

##### Интернет - ресурсы:

1. Электронный учебник "Экономико-математические методы"  
<http://www.math.mrsu.ru/text/method/index.htm>
2. Математические методы в экономике | Учебник МГУ/<http://institutiones.com/strategies/1039-matematicheskie-metodi-v-ekonomike.html>
3. Экономико-математические методы: электронный учебник
4. Алесинская Т.В. Учебное пособие по решению задач по курсу "Экономико-математические методы и модели". Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002, 153 с./ <http://www.aup.ru/books/m84/>
5. Алесинская Т.В., Сербин В.Д., Катаев А.В. Учебно-методическое пособие по курсу "Экономико-математические методы и модели. Линейное программирование" Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001, 79 с./ <http://www.aup.ru/books/m85/>
6. Бурков В.Н., Джавахадзе Г.С., Динова Н.И., Щепкин Д.А. Применение игрового имитационного моделирования для оценки эффективности экономических механизмов. М.: ИПУ РАН, 2003.- 51 с./ <http://www.aup.ru/books/m125/>
7. Одяко Н.Н., Математические методы в экономике/<http://matematika-i-modelirovanie.ru/read/49/>

## Математические методы

Формализация и моделирование процессов сбора, движения и преобразования информации связаны с использованием математических методов, реализующих необходимые вычислительные и логические операции, в том числе и в автоматизированных информационных системах. Поэтому правовая информатика тесно связана с математикой и использует методы различных математических наук.

В последнее время при изучении информационных процессов в области права используется теория вероятностей, математическая статистика, математическая логика, исследование операций и многие другие математические науки и дисциплины. Математические методы, специфически преломляясь в теории права, обогащают и усиливают метод правовой науки, но, естественно, не заменяют его.

Сегодня можно говорить, что усилия специалистов, применяющих точные методы математики в правовой области, сосредоточены в двух направлениях: первое – это математическая обработка результатов правовых исследований; второе – исследование структуры права математическими методами. Эти направления составляют основу для создания и применения в правовой области различных автоматизированных систем обработки социально-правовой информации.

Первое направление разрабатывалось еще в 1775 г. Пьером Симоном Лапласом, предложившим использовать методы теории вероятностей для оценки свидетельских показаний, для анализа выборов и решений собраний и для определения вероятностей ошибок в судебных приговорах.

Его последователи Симеон Пуассон в 1837 г. и Огюст Курно в 1877 г. опубликовали соответственно трактат "Исследование вероятности по материалам уголовных и гражданских судебных решений на основе общих правил исчисления вероятностей" и монографию "Основы теории шансов и вероятностей", в которой гл. 15 была названа "Теория вероятностей судебных решений". Применение ее к статистике гражданских дел". В США эстафету право метрических исследований принял профессор из Мичигана Дж. Шуберт, который в 1959 г. опубликовал работу "Количественный анализ судейского поведения". В 1961 г. Стюарт Нагель опубликовал ряд работ, среди которых "Ожидание вердикта" содержит количественный показатель возможности выиграть или проиграть иски, вытекающие из причинения вреда, в зависимости от наличия в деле целого ряда переменных, которые обрабатываются методом статистических обобщений<sup>[1]</sup>.

В настоящее время в рамках этого направления успешно применяются различные математические методы для решения следующих задач: количественное описание правовых явлений; обеспечение учета и отчетности в правовой деятельности путем численной обработки различных статистических показателей.

Второе направление основано на идее сведения рассуждений к вычислениям и имеет глубокие исторические корни, восходящие к Р. Декарту. Он подразумевал возможность создания искусственного языка науки, дал его развернутую характеристику и тех громадных выгод, которые связаны с его применением. Декарт предполагал наличие некоторого природного порядка в наших мыслях, который сравнивал с порядком в мире чисел. При всем бесконечном множестве чисел каждое из них имеет единственное знаковое представление, следовательно, каждому из них можно дать собственное имя, что позволит действия с ними записывать особым компактным языком. Поскольку для чисел такой универсальный язык разработан, то, по мнению Декарта, со временем будет сконструирован еще более универсальный язык, охватывающий не только числа, но и любые объекты, которые могут стать предметом исследования. Такой язык позволит обозначать любые идеи путем выделения простых представлений и фиксации элементов, из которых состоит каждая мысль. Тем самым будет исключена любая возможность заблуждения. Такой язык противопоставит словам, имеющим неконкретное значение, четко определенные искусственные элементы. Вместо "давайте поспорим" ученые будут говорить "давайте вычислим"<sup>[2]</sup>.

Развитию идеи универсального языка науки большое внимание уделено в работах Г. Лейбница, который заложил фундамент математической логики<sup>[3]</sup>. По Лейбницу, идеал общего метода, благодаря которому возможно будет систематизировать вечные истины, доказывать их, даже открывать новые, состоит в следующем.

- 1. Необходимо разложить все понятия на простейшие, подобно тому, как в математике составные числа разлагаются на произведение простых множителей. Число простейших понятий в таком языке не может быть велико.
- 2. Обозначив каждое из понятий особым символом, мы получим "алфавит человеческой мысли".
- 3. Всевозможные комбинации простых понятий дадут нам совокупность сложных. И хотя число первых невелико, однако, как показывают формулы комбинаторики, число их комбинаций может быть почти неисчерпаемым.
- 4. Необходимо ввести особые символы для основных соотношений между понятиями и установить правила употребления и комбинации этих символов.

Таким образом, предполагалось процесс мышления свести к особому рода механическим исчислениям, чем, по существу, и занимается современная символическая логика.

Современная логика создала множество систем, описывающих отдельные фрагменты содержательных рассуждений. Для моделирования структуры правовых норм специально разработана "нормативная логика", предметом исследования которой являются логическая структура и логические связи нормативных высказываний.

Так, оценивая принципы логического моделирования структуры правовых норм, правоотношений и нормативных умозаключений, В. Кнапп и А. Герлох указывают, что лежащая в их основе классификация правовых норм является упрощенной абстракцией действительных правовых норм, носящих сложный характер. Например, исследуя сравнимость и совместимость правовых понятий, эти авторы приходят к выводу, что несравнимость понятий "наследственное право" и "избирательное право" нельзя доказать логическим рассуждением в рамках любой из логических теорий, поскольку наличие общего признака "право" делает формально сравнимыми эти понятия. Для доказательства несравнимости этих понятий, по мнению авторов, нельзя обойтись без аппарата теории права<sup>[4]</sup>.

Однако необходимо отметить, что применение языка математики для формализации права существенно ограничено. Это определяется во многом тем, что, как признает А. Г. Ольшанецкий, "среди хористов не сложилось еще единого мнения о логической природе, логической специфике юридических понятий, их конструктивной роли в развитии науки правоведения, в образовании нормативно-правового детерминанта, его логического движения в регулятивном механизме общественных систем. Мнения ученых в этом отношении неоднозначны, имеют спорный, порой противоречивый характер. В частности, высказывается мнение, что определенной логической спецификой обладают лишь некоторые понятия уголовного права. В понятиях других отраслей права специфически юридического либо незначительно, либо его вообще нет... Им присущи лишь особенности внелогического характера. В структуре... их содержания, в характере признаков, образующих его, нет каких-либо особенностей, которые давали бы возможность выделить эти понятия в особый класс научных понятий"<sup>[5]</sup>.

По мнению О. А. Гаврилова, существует пять основных причин, по которым математика не может стать универсальным инструментом исследований в области права.

- 1. С ростом сложности и целостности социально-правового объекта значительно уменьшается возможность его расчленения на формализуемые элементы.

- 2. Основные категории общественных наук – это сложные, многогранные и многоплановые понятия, связанные множеством не формализуемых связей, таких как базис, надстройка, производительные силы, производственные отношения, государство, право, экономика, политика, демократия.

- 3. Государство и право как явления классового общества представляют собой целостные социально-политические системы. Они характеризуются большим числом качественных признаков и связей, которые не являются ни количественными, ни вероятностными, ни функциональными (в математическом смысле слова) и поэтому не поддаются математической формализации.

- 4. Проводя сравнительный анализ математических методов и традиционных средств юридической науки, нельзя не видеть их взаимодополняющей противоположности.

- 5. Отличительная особенность исследований, выполненных на базе традиционных качественных методов, – их всесторонность и многообразность, гибкость охвата явлений.

Отличительная черта математических исследований – их высокая точность. Применяя традиционные приемы юридической науки, исследователь-юрист получает выигрыш в полноте картины, но зато теряет все точности. И наоборот, применяя количественные методы исследования, он выигрывает в точности научного описания, зато теряет в его гибкости и всесторонности<sup>[6]</sup>.

Следует отметить, что не все юристы придерживаются такой точки зрения. Так, В. П. Павлов, исследуя возможность математизации правовых исследований, не соглашается с высказанной выше точкой зрения О. А. Гаврилова<sup>[7]</sup>.

По его мнению, история любой науки свидетельствует о том, что на начальном уровне познания, на котором производится накопление научных фактов о наблюдаемых свойствах изучаемых явлений и эмпирических закономерностях (в виде тенденций развития интересующего нас явления в практической жизни), используют приемы наблюдения, эксперимента, измерения, описания, способы обобщения сравнения анализа и синтеза, классификацию и систематизацию. Для реализации этих способов в правоведении широко используют традиционные общенаучные методы, такие как философский, метод сравнительного правоведения, метод комплексного исследования. Однако подлинно теоретический уровень достигается в том случае, когда выдвигаются научные гипотезы, формулируются законы и создаются теории. Этому уровню соответствуют различные методы объяснения конкретных явлений, среди которых можно выделить гипотетические, структурные, функциональные, метод абстрагирования, включающий в себя идеализацию и обобщение некоторых понятий, и метод обоснования гипотез и построения теорий. Этот уровень

достигим только путем привлечения математики как наиболее универсального инструмента анализа материального мира. Диалектическая связь этих двух уровней заключается в том, что установление эмпирических фактов как первоначальный этап познания всегда осуществляется на базе определенных теоретических знаний предшествующего уровня, а сами эмпирические факты являются базой для повышения уровня теоретического знания в исследуемой области. Поэтому взаимодополняющая связь традиционных и математических методов заключается не в их противоположности, а как раз в том, что универсальность математических методов позволяет обеспечить наглядность, точность и полноту исследуемого явления. Благодаря этому расширяется поле для осмысления при помощи традиционных средств тех областей исследуемого явления, которые были скрыты от наблюдателя фрагментарностью эмпирической картины явления.

Таким образом, основным препятствием на пути математического описания правовых норм является неоднозначность понятийного аппарата юридической науки, которая многократно возрастает при некритичном использовании математических средств для его анализа. Противоречие состоит в том, что без применения математического аппарата невозможно обеспечить полноту и точность правовых исследований, а применение математического аппарата невозможно в условиях существующей неоднозначности понятийного аппарата права.

- [1] Павлов В. П. Проблемы теории собственности в российском гражданском праве. М., 2000. С. 26.
- [2] Там же. С. 27.
- [3] См.: Юшкевич А. И. Лейбниц и основание анализа бесконечно малых // Успехи математических наук. 1948. Серия 3. № 1 (23). С. 150–205.
- [4] Кнапп В., Герлох А. Логика в правовом сознании / пер. А. Б. Венгерова. М.: Прогресс, 1987. С. 213–216.
- [5] Ольшинецкий А. Г. Проблемы формализации правовых норм // Сов. гос. и право. 1974. № 2. С. 4–6.
- [6] Гаврилов О. А. Изучение права методами математической логики // Вопросы кибернетики и права. М.: Наука, 1967. С. 288.
- [7] Павлов В. П. Проблемы теории собственности в российском гражданском праве. М., 2000. С. 35–39.